**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория вероятностей и математическая статистика

Probability Theory and Mathematical Statistics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 4

Регистрационный номер рабочей программы: 003615

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

* 1. **Цели и задачи учебных занятий**

Обучение слушателей методам Теории вероятностей и математической статистики; развитие у обучающихся доказательного, логического мышления; подготовка к восприятию других математических и специальных дисциплин, формирования соответствующих компетенций. Поставленные цели достигаются путём решения следующих задач курса: изучение основных разделов Теории вероятностей и математической статистики; развитие навыков самостоятельного решения практических задач; обеспечение базы для усвоения приближенных методов вычислений и соответствующих компьютерных программ**.**

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена обучающимся 2 курса бакалавриата «Программная инженерия». Обучающиеся должны владеть основами математического анализа, высшей алгебры, аналитической геометрии.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности | • знать содержание дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» и иметь хорошее представление о возможностях ее применения в прикладных областях науки;  • уметь строить вероятностные модели в различных задачах, использовать включенные в курс формулы вычисления вероятностей;  • приобрести навыки вычисления приводимых в курсе характеристик случайных величин и векторов, интерпретации полученных результатов, знать факторы, приводящие к появлению ряда важнейших распределений, знать и уметь использовать свойства этих распределений и их взаимосвязь,  • знать принципы и методы построения статистических оценок и критериев и уметь ими пользоваться, уметь сравнивать точность различных статистических оценок и критериев. | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения |

Дисциплина участвует в формировании компетенций обучающихся по образовательной программе, установленных учебным планом для данной дисциплины:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Практические занятия, консультации, лекции – 20 ак. ч.

По желанию лектора, при изложении части тем, применяется мультимедиа–проектор для проведения презентаций и демонстрации других материалов занятий.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 4 | 32 |  | 2 | 16 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 56 |  | 36 |  | 20 | 4 |
|  | 2-42 |  | 2-25 | 2-25 |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 | 16 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 56 |  | 36 |  |  | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 4 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Модуль 1. Основные понятия теории вероятностей. | Лекции | 2 ч. |
| Практические занятия | 1 ч. |
| Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 5 ч. |
| Модуль 2. Последовательность независимых испытаний. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |
| Модуль 3. Случайные величины и их распределения. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 2 ч.  1 ч.  5 ч. |
| Модуль 4. Численные характеристики случайных величин и векторов. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |
| Модуль 5. Различные виды сходимости в теории вероятностей. Законы больших чисел. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 2 ч.  1 ч.  5 ч. |
| Модуль 6. Характеристические функции и центральная предельная теорема. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |
| Модуль 7. Основные понятия и задачи математической статистики. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 2 ч.  1 ч.  5 ч. |
| Модуль 8. Задачи параметрического оценивания. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |
| Модуль 9. Задачи оценивания в непараметрической постановке. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |
| Модуль 10. Проверка гипотез. | Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа с использованием методических материалов | 4 ч.  2 ч.  6 ч. |

**Темы для изучения и обсуждения**

Модуль 1. Основные понятия теории вероятностей

1. Аксиомы теории вероятностей и простейшие следствия из них.
2. Классическое правило вычисления вероятности.
3. Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса.
4. Независимые события.

Модуль 2. Последовательность независимых испытаний.

1. Последовательность независимых испытаний. Вероятность иметь m успехов в n независимых испытаниях.
2. Интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа.
3. Пуассоновское приближение к биномиальному распределению.

Модуль 3. Случайные величины и их распределения.

1. Случайные величины с дискретными и абсолютно непрерывными распределениями.
2. Некоторые важные распределения вероятностей: биномиальное, пуассоновское, нормальное, показательное, равномерное.
3. Независимые случайные величины.

Модуль 4. Численные характеристики случайных величин и векторов.

1. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения.
2. Математическое ожидание и его свойства.
3. Дисперсия и ее свойства.
4. Случайный вектор. Совместное распределение двух случайных величин.
5. Ковариация, коэффициент корреляции и их свойства.

Модуль 5. Различные виды сходимости в теории вероятностей. Законы больших чисел

1. Неравенство концентрации.
2. Теоремы Маркова, Чебышева и Бернулли о законе больших чисел.

Модуль 6. Характеристические функции и центральная предельная теорема.

18. Характеристические функции и их свойства. Метод характеристических функций.

19. Суммирование независимых случайных величин. Центральная предельная теорема.

Модуль 7. Основные понятия и задачи математической статистики.

20. Выборка. Эмпирическое распределение и его основные характеристики.

21. Точность приближения истинного распределения эмпирическим. Неравенство Хефдинга для эмпирической меры.

22. Законы больших чисел для эмпирического распределения и эмпирической функции распределения.

23. Вариационный ряд. Распределение членов вариационного ряда.

Модуль 8. Задачи параметрического оценивания.

24. Оценка параметра. Несмещенность и состоятельность. Примеры.

25. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов.

26. Информация Фишера и неравенство Рао-Крамера.

27. Оценка максимального правдоподобия.

28. Метод наименьших квадратов.

Модуль 9. Задачи оценивания в непараметрической постановке.

29. Расстояние Хеллингера. Лемма о точке максимума функции правдоподобия.

30. Оценивание плотности. Гистограмма.

31. Ядерные оценки плотности.

Модуль 10. Проверка гипотез.

32. Основные понятия, связанные с проверкой статистических гипотез.

33. Критерий максимального правдоподобия.

34. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

По курсу теории вероятностей и математической статистики предусмотрено чтение лекций и проведение практических занятий. Все обучающиеся должны быть обеспечены учебниками, рекомендованными по курсу.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающегося, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени при очной форме обучения. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться обучающимися для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Следовательно, организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы в процессе обучения требует, с одной стороны, создания условий, призванных обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя, а, с другой стороны, тщательной подготовки целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями.

При выполнении домашних, индивидуальных и контрольных заданий обучающемуся необходимо знать содержание лекций, уметь формулировать определения основных понятий и утверждений, уметь применять методы доказательств при решении конкретных задач. При подготовке к самостоятельной работе целесообразно использовать рекомендованные учебники и задачники, а также дополнительную литературу.

Методические материалы включают в себя следующие типы материалов — учебники, электронные учебные пособия.

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов и т.д.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения контрольных работ**

Контрольная работа состоит из нескольких задач по определённым темам. Количество задач зависит от темы и номера контрольной работы.

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов и задачи. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

При подготовке к экзамену обучающийся может использовать свой личный конспект.

Использование учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и обучающийся удаляется с экзамена.

После ответа на вопросы билета, преподаватель вправе задать дополнительные вопросы по любой теме из списка вопросов, вынесенных на экзамен, на основании оценки ответов, на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена. В качестве дополнительных используются вопросы, не требующие длительного вывода и трудоемких вычислений, в том числе основные определения, примеры и логические связи, введенные в дисциплине.

**Критерии оценки на экзамене в системе ECTS**

Оценка «A» выставляется, если выполняются следующие условия:

1. обучающимся даны полные исчерпывающие ответы по всем вопросам билета, обучающийся свободно ориентируется в материале;

2. обучающийся отвечает на все дополнительные вопросы;

3. обучающийся решает дополнительную задачу, требующую в той или иной степени

оригинальный подход, что должно демонстрировать активное усвоение проходимого материала.

Оценка «B» выставляется, если выполняются следующие условия:

1. обучающимся даны полные ответы на вопросы билета;

обучающийся отвечает более чем на 3/4 дополнительных вопросов.

Оценка «C» выставляется, если выполняются следующие условия:

2. обучающимся даны полные ответы на вопросы билета;

3. обучающийся знает все основные определения, формулировки и формулы.

Оценка «D» выставляется, если выполняются следующие условия:

1. по одному из вопросов дан частичный ответ+, а по остальным

вопросам написаны все основные определения, формулировки и формулы;

2 обучающийся дает правильный ответ более чем на 3/4 дополнительных вопросов.

Оценка «E» выставляется, если выполняются следующие условия:

1. по одному из вопросов дан частичный ответ+, а по остальным

вопросам написаны все основные определения, формулировки и формулы;

2. обучающийся дает правильный ответ более чем на половину заданных дополнительных вопросов.

Оценка «F» ставится в тех же случаях, что и оценка «неудовлетворительно», то есть, когда не выполнены условия, позволяющие поставить иную оценку.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

**Примерный перечень вопросов экзамену.**

**Вопросы по теории вероятностей**

1) Аксиоматика Колмогорова. Следствия из аксиом

2) Классическое определение вероятности, геометрическая вероятность

3) Условная вероятность, независимость событий, теорема умножения, эквивалентное определение независимости

4) Разбиение пространства (полная группа событий), формула полной вероятности

5) Теорема Байеса

6) Случайные величины, распределение случайных величин

7) Типы распределений случайных величин: дискретное распределение и абсолютно-непрерывное распределение. Плотность распределения, свойства плотности

8) Независимость случайных величин

9) Независимые испытания, испытания Бернулли, формула Бернулли

10) Теорема Пуассона

11) Оценка точности в теореме Пуассона.

12) Локальная теорема Муавра–Лапласа

13) Интегральная теорема Муавра–Лапласа

14) Функция распределения случайной величины, ее свойства, связь между функцией распределения и плотностью

15) Монотонные преобразования случайных величин. Вычисление функции распределения и плотности для преобразованных величин

16) Математическое ожидание случайной величины, ее свойства

17) Дисперсия случайной величины, ее свойства

18) Совместное распределение случайных величин, вычисление распределения координат (маргинальных распределений)

по совместному распределению (дискретный случай)

19) Плотность совместного распределения, вычисление плотности координат (маргинальных плотностей) по плотности совместного распределения

20) Плотность распределения суммы независимых величин

21) Гауссовское распределение, плотность распределения суммы независимых гауссовских величин

22) Ковариация, коэффициент корреляции, свойства ковариации и коэффициента корреляции

23) Неравенства Маркова и Чебышева

24) Сходимость по вероятности. Закон Больших чисел

25) Центральная предельная теорема

26) Некоторые стандартные распределения (распределение Бернулли, биномиальное распределение, распределение Пуассона,

нормальное распределение, равномерное распределение, показательное распределение). Вычисление математического ожидания и дисперсии для стандартных распределений.

**Вопросы по статистике**

1) Выборка, эмпирическое распределение, закон Больших чисел для эмпирического распределения

2) Неравенство Хефдинга для эмпирического распределения (без доказательства Леммы (Хефдинга))

3) Вариационный ряд, распределение членов вариационного ряда

4) Эмпирическая функция распределения, закон Больших чисел для эмпирической функции распределения

5) Преобразование Смирнова

6) Эмпирическое (выборочное) среднее, несмещенность и состоятельность

7) Эмпирическая (выборочная) дисперсия, состоятельность

8) Оценка параметра, несмещенность и состоятельность

9) Функция правдоподобия, оценка максимального правдоподобия

10) Информация Фишера и неравенство Рао–Крамера, эффективные оценки

11) Доверительный интервал, построение доверительного интервала для математического ожидания в случае выборки из нормального распределения с известной дисперсией

12) Лемма Фишера

13) Распределение Стьюдента. Распределение дроби Стьюдента

14) Доверительный интервал, построение доверительного интервала для математического ожидания в случае выборки из нормального распределения с неизвестной дисперсией

15) Проверка простой гипотезы против простой альтернативы, критерий, ошибки первого и второго рода, мощность

16) Расстояние Хеллингера и критерий максимального правдоподобия, Лемма о точке максимума функции правдоподобия

17) Критерий отношения правдоподобия, Лемма Неймана-Пирсона

18) Регрессионная модель, оценка наименьших квадратов коэффициентов регрессии, свойства оценки наименьших квадратов

19) Критерий Колмогорова

20) Проверка однородности (критерий Колмогорова-Смирнова)

21) Ядерные оценки плотности, состоятельность

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения | ответы на оба вопроса на экзамене, ответы на дополнительные теоретические вопросы, а также решение предложенной задачи независимо оцениваются по шкале от 0 (нет ответа/не сделано) до 10 (очень хорошо), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

Лекции читают и проводят практические занятия опытные преподаватели, как правило, с большим стажем работы. В курс лекций включаются новые результаты, полученные как сотрудниками кафедры теории вероятностей и математической статистики, так и ведущими учеными России и зарубежных стран.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Для преподавания настоящей учебной дисциплины не требуется учебно-вспомогательный персонал.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не предусмотрено

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не предусмотрено

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Не предусмотрено

**3.4. Информационное обеспечение**

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие для студентов вузов / А. Н. Бородин. - 7-е изд., стер. - СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2008-2011. - 254 с. Мм – 13 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/2026>

2. Боровков А.А. Теория вероятностей: Учебное пособие для студентов вузов / А. А. Боровков. - 5-е изд., перераб. и доп. - М.: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2009. - 652 с. Мм – 20 экз.

3. Зубков А. М.. Сборник задач по теории вероятностей: учебное пособие / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков. - 3-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2009. - 320 с. Мм – 5 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/154>

4. Гмурман, Владимир Ефимович. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. - 11-е изд., стереотип. - М.: Высшая школа, 2005. - 480 с. Мм – 69 экз.  
  
5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. - М.: Юрайт, 2005-2019. Мм – 48 экз. + ЭБС «Юрайт» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2978/viewer/rukovodstvo-k-resheniyu-zadach-po-teorii-veroyatnostey-i-matematicheskoy-statistike-433789#page/1>

6. Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/>

7. Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS>

8. Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/>

9. Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource%20type=8>

**Раздел 4. Разработчики программы**

Солев В.Н. к.ф-м.н доцент

[v.solev@spbu.ru](mailto:v.solev@spbu.ru)